EXAMEN SELECTIVIDAD ANDALUCIA JUNIO 2011
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el recinto determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 20, \quad 3x + 5y \leq 70, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

a) **(0.5 puntos)** Razone si el punto de coordenadas (4.1, 11.7) pertenece al recinto.
b) **(1.25 puntos)** Represente dicho recinto y calcule sus vértices.
c) **(0.75 puntos)** ¿Dónde alcanzará la función $F(x, y) = 0.6x + y$ sus valores extremos y cuáles serán éstos?

a) 4.1 + 11.7 = 15.8 < 20   3 · 4.1 + 5 · 11.7 = 70.8 > 70 por lo que el punto no está en el recinto

b) En primer lugar hallamos las tablas de valores para las rectas que determinan las tres regiones del plano definidas por las inecuaciones dadas

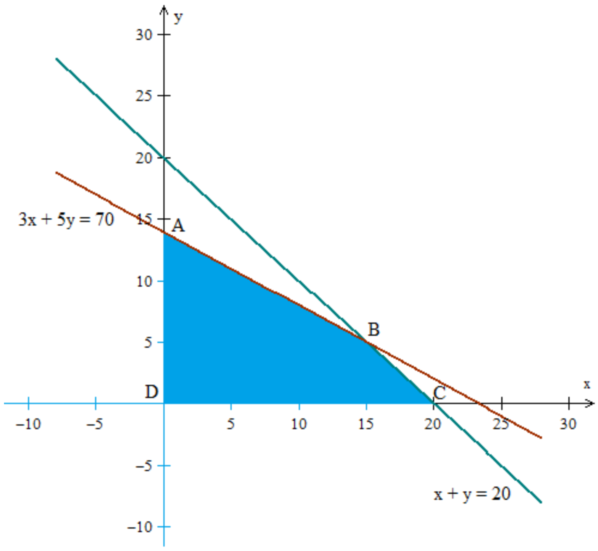
x + y = 20

x	0	20
y	20	0

3x + 5y = 70

x	0	15
y	14	5

De donde obtenemos el recinto



Calculemos las coordenadas de los vértices A, B, C y D señalados en la representación anterior

$A\begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5y = 70 \end{cases}$ A(0,14) $B\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 5y = 70 \end{cases}$ B(15,5) $C\begin{cases} y = 0 \\ x + y = 20 \end{cases}$ C(20,0)

Por lo tanto A(0,14), B(15,5), C(20,0) y D(0,0)

c) F(x, y) = 0.6x + y
F(A) = F(0. 14) = 14   F(B) = F(15, 5) =14   F(C) = F(20, 0) = 12   F(D) = F(0, 0) = 0
El mínimo se alcanza en el punto D(0,0) y vale 0
El máximo se alcanza en todos los puntos del segmento AB y vale 14

EJERCICIO 2

Las funciones $I(t) = -2t^2 + 51t$ y $G(t) = t^2 - 3t + 96$ con $0 \le t \le 18$ representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años, t, transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.

a) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de t, desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?

b) **(1 punto)** Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de t y represéntela gráficamente.

c) **(1 punto)** ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

a) Debe cumplirse que $I(t) = G(t)$, de donde $-2t^2 + 51t = t^2 - 3t + 96 \quad \Rightarrow$

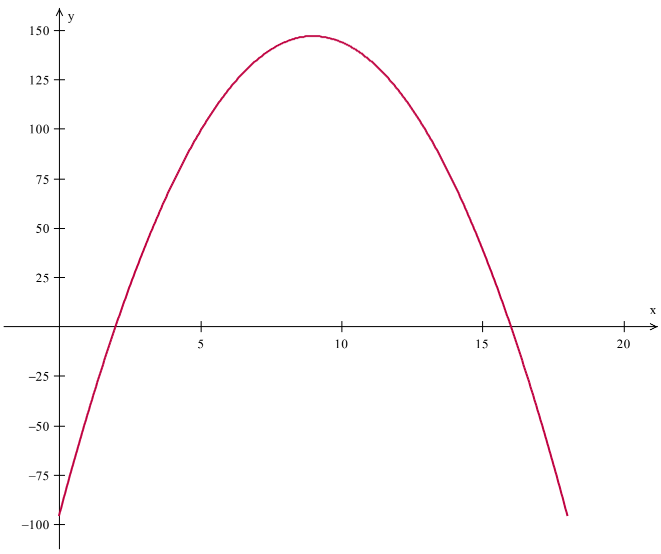
$$3t^2 - 54t + 96 = 0$$

$$t = \frac{54 \pm \sqrt{2916 - 1152}}{6} = \frac{54 \pm 42}{6} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 16 \qquad t_2 = 2$$

Los ingresos coinciden con los gastos a los 2 y a los 16 años

b) $B(t) = I(t) - G(t) = -3t^2 + 54t - 96$

Tenemos una parábola cóncava con el vértice en el punto $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-54}{-6} = 9$ y B(9) = 147



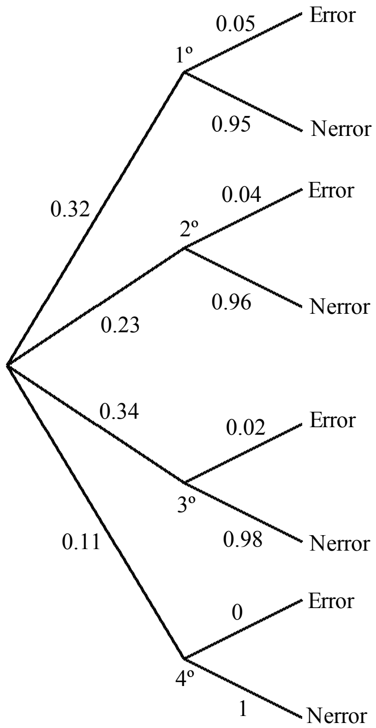
c) Los beneficios serán máximos en el vértice de la parábola, calculado anteriormente. V(9,147). Por lo tanto los beneficios son máximos a los 9 años y valen 147.000 euros.

EJERCICIO 3

Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.

a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?

b) **(1.25 puntos)** Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?



a) P(Error) = 0.32 · 0.05 + 0.23 · 0.04 + 0.34 · 0.02 + 0.11 · 0 = 0.032

b) $P(2^{o}/Nerror)=\dfrac{P(2^{o}\cap Nerror)}{P(Nerror)}=\dfrac{0.23\cdot 0.96}{1-0.032}=0.23$

EJERCICIO 4

a) **(1 punto)** Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?

b) **(1.5 puntos)** El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

a) $N = 1000$, $N_3 = 250$, $n_3 = 10$

$$\frac{N}{n} = \frac{N_3}{n_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{1000}{n} = \frac{250}{10} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1000 \cdot 10}{250} = 40$$

La muestra está compuesta por 40 individuos.

b) $X \in N(\mu, 6)$, c = 0.95, Err < 1

El error viene dado por $Err = z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\frac{1+c}{2} = \frac{1+0.95}{2} = 0.975 \quad \Rightarrow \quad z_{\alpha/2} = 1.96$$

Sustituyendo en la expresión anterior $1 = 1.96 \dfrac{6}{\sqrt{n}}$, de donde $\sqrt{n} = 1.96 \cdot 6 = 11.76 \quad \Rightarrow$

$n = 139$

La muestra debe constar de 139 individuos